Computix

Matériel : grilles carrées comportant un nombre impair de cases. Quelques-unes sont données en annexe ; mais on peut aussi les construire soi-même, ou les faire construire par les élèves. Elles contiennent des nombres choisis au hasard. Dans un premier temps, nombres naturels inférieurs ou égaux à dix, puis inférieurs à vingt, enfin nombres algébriques compris entre –10 et +10.

Objectifs : pratiquer le calcul additif simple ; utiliser une stratégie.

Déroulement : deux joueurs ; les séquences sont brèves.
Chaque joueur constitue un total, en partant de zéro. Le premier joueur joue sur les lignes horizontales, en commençant par la ligne centrale, le second sur les verticales.
Le premier joueur choisit une nombre sur sa ligne, en augmente son total, barre (ou efface) le nombre. Le second doit jouer dans la verticale de la case jouée, puis son adversaire dans l'horizontale de la case choisie, etc.
Si l'un des joueurs est empêché de jouer, il passe son tour. Lorsque la grille est vide, ou bien s'il est impossible de jouer, le possesseur du plus fort total a gagné.
Il est recommandé de ne noter à chaque étape que le total.

Exemple :

grille de départ

5	1	2	6	1
9	3	9	10	7
8	4	5	8	10
7	9	3	7	7
7	6	3	6	3

scores →

Dans la ligne centrale, A choisit le 10

5	1	2	6	1
9	3	9	10	7
8	4	5	8	**10**
7	9	3	7	7
7	6	3	6	3

A 10 — *B* 0

Dans la colonne du 10, B choisit le 7 inférieur

5	1	2	6	1
9	3	9	10	7
8	4	5	8	
7	9	3	7	**7**
7	6	3	6	3

A 10 — *B* 7

Dans la ligne du 7, A choisit le 9

5	1	2	6	1
9	3	9	10	7
8	4	5	8	
7	**9**	3	7	
7	6	3	6	3

A 19 — *B* 7

Dans la colonne du 9, B choisit le 6

5	1	2	6	1
9	3	9	10	7
8	4	5	8	
7		3	7	
7	**6**	3	6	3

A 19 — *B* 13

Aspect stratégique : le choix d'une case permet de savoir dans quelle ligne jouera l'adversaire, et donc d'anticiper son prochain coup. Il n'est pas nécessairement profitable de choisir le nombre le plus élevé d'une ligne ; ceci apparaît d'autant mieux que la grille se raréfie.

Créateur du jeu : Pascal Pluchon

Computix

A **B**

5	1	2	6	1
9	3	9	10	7
8	4	5	8	10
7	9	3	7	7
7	6	3	6	3

A **B**

3	10	3	3	4
1	2	5	3	3
3	7	6	2	4
10	3	2	10	6
2	9	1	10	6

A B

3	3	3	10	9
6	2	3	2	10
7	10	7	9	3
6	10	8	5	3
6	9	9	4	3

A B

2	1	1	5	6
10	10	10	5	7
9	8	10	2	10
2	8	5	2	5
4	1	8	5	8

A

-4	10	-3	-7	4	-4	-2
5	12	12	-1	8	10	11
7	-5	-3	11	-3	-7	1
-3	3	7	-5	-7	-3	6
12	3	10	10	6	4	-1
10	-3	-3	-6	7	-4	12
4	-2	1	3	-7	5	8

B

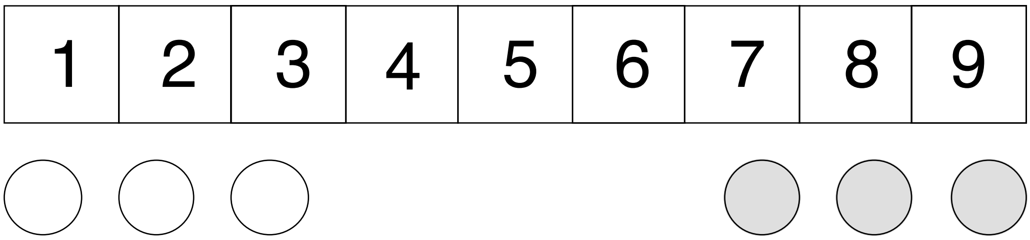
A

8	-1	12	8	-3	-7	9
5	8	5	11	10	-1	5
-3	0	2	4	11	3	9
2	1	6	-3	-6	2	-5
3	-1	-4	7	-4	8	8
-7	-1	-4	1	-7	0	-3
-6	1	-7	7	1	5	-5

B

Faire quinze

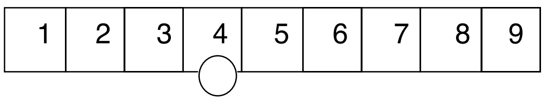
Matériel : une grille de 9 cases numérotées ; trois jetons blancs, trois jetons de couleur.

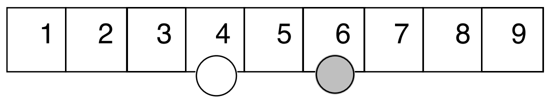


Objectifs : renforcer les décompositions additives du nombre 15 en trois termes.
Le jeu comporte une composante stratégique importante.

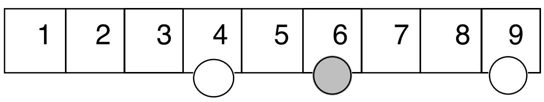
Déroulement : deux joueurs.
Chaque joueur, à tour de rôle, dépose un de ses pions sur une case inoccupée. Le but du jeu est de totaliser quinze *avec les **trois** nombres des cases occupées.*
Lorsque les six pions sont posés, si personne n'a gagné, chaque joueur, à tour de rôle, déplace un de ses pions (vers une case inoccupée).

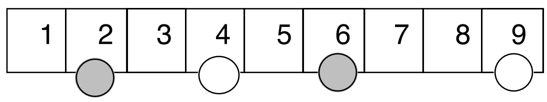
Exemple.



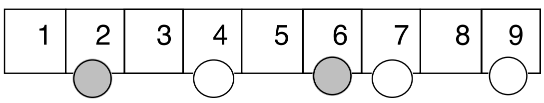


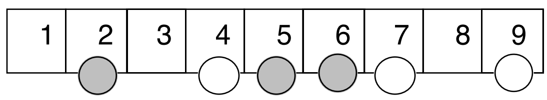
A joue 4 ; B réplique en 6.





A rejoue en 9 ; B est contraint de jouer en 2, sinon A gagnerait au tour suivant.





A à son tour, est contraint de jouer en 7. B place son dernier pion en 5.

Imaginez la suite…

Créateur du jeu : Martin Gardner

Faire quinze

Deux joueurs.
Chaque joueur, à tour de rôle, dépose un de ses pions sur une case inoccupée. Le but du jeu est de totaliser quinze *avec les **trois** nombres des cases occupées*.
Lorsque les six pions sont posés, si personne n'a gagné, chaque joueur, à tour de rôle, déplace un de ses pions (vers une case inoccupée).

1	2	3	4	5	6	7	8	9

1	2	3	4	5	6	7	8	9

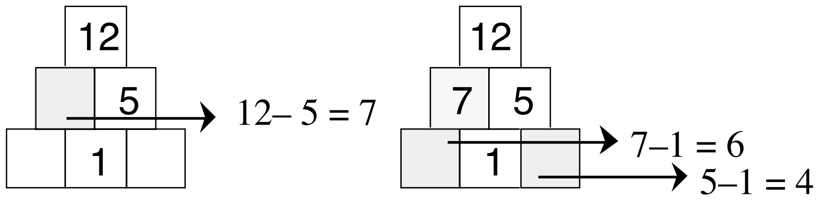
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cascades

Matériel : fiche ci-après

Objectifs : mettre en œuvre la réciprocité addition-soustraction ; pratiquer le calcul mental simple ; approcher les notions d'équation et d'inconnue.

Déroulement : individuel.
La structure employée est celle d'une pyramide : le nombre occupé par une case est la somme des cases situées en-dessous, à son contact. La situation est donc entièrement déterminée par les cases de base ; si elles sont connues, il ne s'agit que d'additions. Cependant, si ces cases ne sont pas toutes connues, elles peuvent être déterminées, non par addition, mais par soustraction, de proche en proche. Exemple :



La situation est moins simple si certaines cases sont isolées :

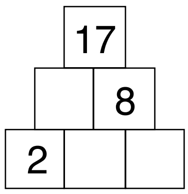


fig. 1

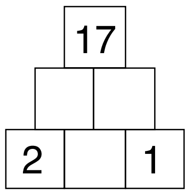


fig.2

Dans le premier cas, la situation est soluble en commençant par 17–8 = 9.
Dans le second cas, les données sont en nombre suffisant, mais il manque un jalon.
Plusieurs stratégies peuvent être envisagées :

• par tâtonnement, en essayant des valeurs pour la case inférieure manquante. Dans un tel cas, l'utilisation de la calculette peut réduire la durée effective de calcul.

• en utilisant une "inconnue". Soit X le contenu de cette case vide. Le première étage contient : 2+X et X+1, donc le second étage : 2+X+X+1 = 2X + 3 = 17 —> 2X = 14 —> X = 7.

Plus généralement, les questions suivantes peuvent être abordées :

A1. La situation est entièrement déterminée par 3 nombres ; mais peut-on les placer n'importe où ?
A2. Où faut-il les placer pour que le problème soit soluble de proche en proche ?

B1. Construire des grilles additives plus étendues,
B2. Construire des grilles multiplicatives sur le même principe (la calculette est alors un auxiliaire souhaitable).

Cascades

Tous les nombres sont entiers positifs

23		
	10	
		4

11		
	5	
	0	

10		
3		
		4

21		
11		
7		

13		
	6	
		6

10		
7		
		0

29			
10			
	2	1	

27			
8			
	3	4	

24			
	7		
1			2

9			
	1		
			6

16			
2	4		
			3

35			
		11	
7		4	

Cascades multiplicatives

16000			
100			
5			
1			

6			
2			
		3	
2			

80			
		10	
2			5

1000			
	20		
		2	
			1

128			
	8		
	4		
	2		

864			
	12		
	6		
			1

750			
	15		
	5		
2			

864			
	48		
3			
			4

128			
	8		
		2	
1			

Le compte est bon

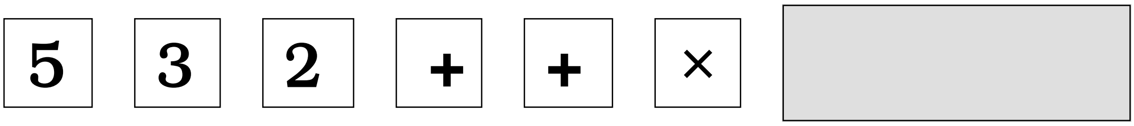
Matériel : fiche ci-contre, papier, crayon ou bien : jeu de cartes, papier, crayon. Eventuellement : calculette

Objectifs : pratiquer le calcul arithmétique simple, l'écriture avec parenthèses, établir un ordre de grandeur.

Déroulement : individuel ou collectif

- **Première phase (manuelle)**

On dispose de diverses cartes comme celles-ci :



En utilisant les trois nombres, et des signes d'opérations, quels nombres peut-on obtenir ?

Voici deux exemples :

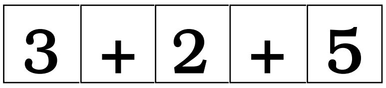


fig. 1

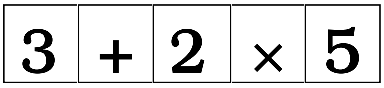


fig. 2

La fig. 1 représente le nombre 10 ; en revanche la fig. 2 est interprétable de 2 façons. C'est l'utilité de la bande de couleur, qui exprime un groupement :

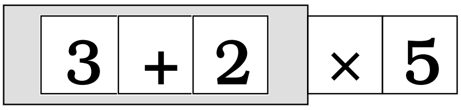


fig. 3

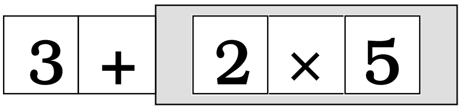


fig. 4

Dans le premier cas : (3+2)×5 = 25 ; dans le second : 3 + (2×5) = 13. La bande de couleur joue le rôle des parenthèses.

- **Première phase (avec calculette)**

On utilise une calculette avec la consigne : n'utiliser que la touche 2 (quatre fois) et les touches opération. Quels résultats peut-on obtenir ? Noter la suite des touches frappées et le résultat.

Exemples : les séquences « 2 +2 +2 +2 = » « 2 +2 × 2 +2 = » « 2 ×2 + 2+2 = » « 2 +2 +2 ×2 = » produisent respectivement 8, 10, 8, 12. Essayer d'expliquer ces résultats.

La calculette ne respecte pas les priorités, mais effectue les calculs à mesure qu'ils sont frappés. On obtient donc :
2+2+2+2= 8 [(2+2)×2]+2 = (4×2)+2 = 10 (2×2)+2+2 = 8 (2+2+2)×2 = 12

- **Seconde phase (manuelle)** : fiche ci-après.

Le compte est bon

En complétant avec des signes opératoires (+, –, ×, :) et des parenthèses, essayer d'obtenir le résultat indiqué :

2	2	2	2	= 1	(2 solutions)
2	2	2	2	= 1	
2	2	2	2	= 3	(3 solutions)
2	2	2	2	= 3	
2	2	2	2	= 3	
2	2	2	2	= 6	(2 solutions)
2	2	2	2	= 6	
2	2	2	2	= 12	(1 solution)
5	5	5	5	= 9	(1 solution)
5	5	5	5	= 11	(1 solution)
5	5	5	5	= 15	(1 solution)
5	5	5	5	= 35	(1 solution)
5	5	5	5	= 120	(1 solution)

Avec les nombres 1, 3, 5, 25 (employés une fois chacun), en complétant avec des signes opératoires (+, –, ×, :) et des parenthèses, essayer d'obtenir :

= 5

= 9

= 10

= 42

= 48

= 61

= 69

= 73

= 88

= 105

= 192.

Solutions des exercices de la fiche :

$(2 : 2) \times (2 : 2) = 1$	$(2 \times 2) : (2 \times 2) = 1$
$(2 : 2) + (2 : 2) = 2$	$[(2 \times 2) + 2] : 2 = 3$
$(2 + 2 + 2) : 2 = 3$	$(2 \times 2) - (2 : 2) = 3$
$(2 \times 2 \times 2) - 2 = 6$	$[2 + (2 : 2)] \times 2 = 6$
$(2 + 2 + 2) \times 2 = 12$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$5 + 5 - (5 : 5) = 9$	$(5 : 5) + 5 + 5 = 11$
$(5 \times 5) - (5 + 5) = 15$	$[5 - (5 : 5)] \times 5 = 20$
$(5 \times 5) - (5 : 5) = 24$	$(5 \times 5 \times 5) : 5 = 25$
$[(5 : 5) + 5] \times 5 = 30$	$(5 \times 5) + (5 + 5) = 35$
$(5 \times 5) + (5 \times 5) = 50$	$(5 \times 5 \times 5) - 5 = 120$

$(25 - 5) : (3 + 1) = 5$

$[(25 + 5) : 3] - 1 = 9$

$(25 - 5) : (3 - 1) = 10$

$[(5 \times 25) + 1] : 3 = 42$

$(25 - 1) \times (5 - 3) = 48$

$[(25 - 5) \times 3] + 1 = 61$

$(3 \times 25) - (5 + 1) = 69$

$[(25 + 1) \times 3] - 5 = 73$

$(25 - 3) \times (5 - 1) = 88$

$(25 - 3 - 1) \times 5 = 105$

$(25 - 1) \times (5 + 3) = 192$

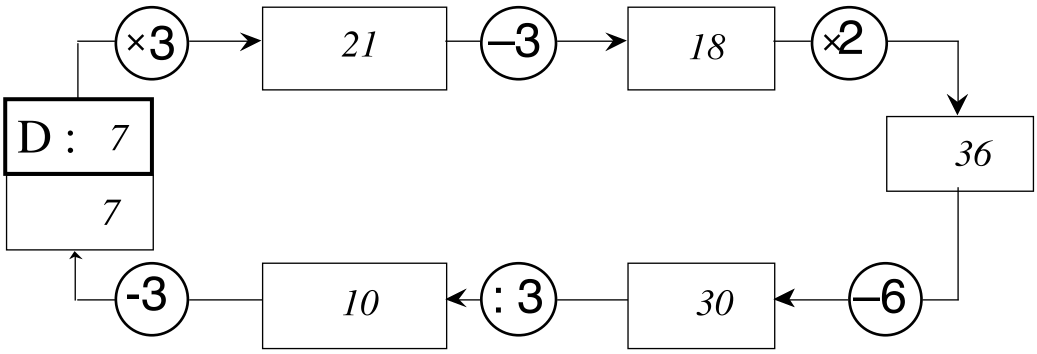
Chaînes de calcul

Matériel : fiche ci-après, calculette

Objectifs : pratiquer le calcul arithmétique, anticiper un calcul, rechercher une hypothèse.

Déroulement : individuel ou collectif

On considère le schéma suivant.



La case de départ est occupée par le nombre 7. On applique successivement plusieurs opérateurs numériques et l'on obtient les résultats indiqués dans les cases rectangulaires. Le nombre situé dans la case d'arrivée est le même que celui de la case de départ.
Essayer avec un autre nombre de départ. Obtient-on le même nombre à l'arrivée ?

L'objet de la fiche suivante est de trouver les nombres qui permettent à la chaîne de calcul de boucler.
Si l'on procède seulement par tâtonnement, les essais peuvent être fastidieux.

Il y a deux façons de les réduire :

- l'utilisation de la calculette permet d'abréger la durée du calcul,
- la fourniture de certaines indications réduit le tâtonnement. Ces indications portent sur les nombres contenus dans les cases rectangulaires. Il s'agit toujours de nombres entiers.

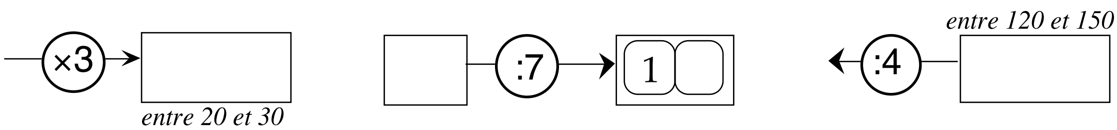


fig. 1 *fig.2* *fig.3*

Fig.1 : le nombre est un multiple de 3 entre 20 et 30 ; le nombre situé en amont est donc 7, 8 ou 9.
Fig. 2 : le chiffre des dizaines est 1.
Fig. 3 : le nombre en aval est compris entre 30 et 38.

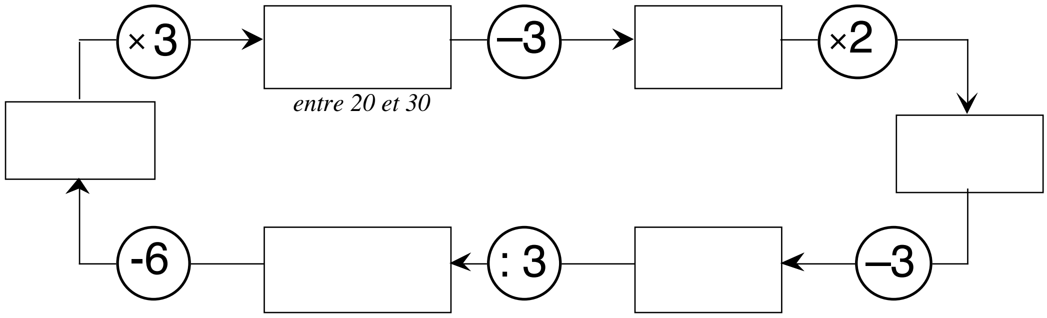
La validation de l'exercice est fournie par la vérification que le cycle est fermé.

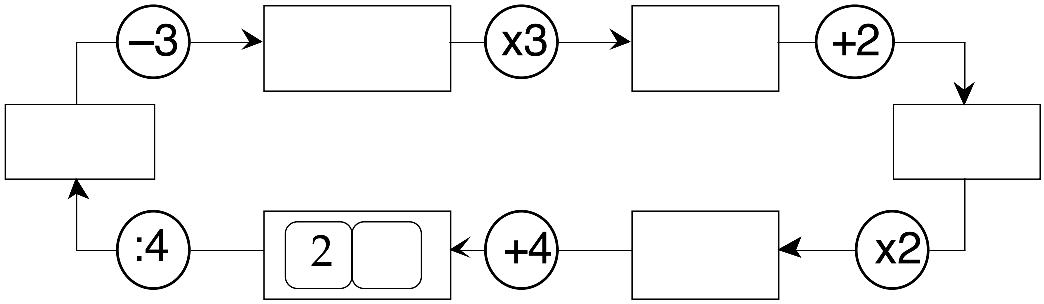
***Note** : solutions des exercices de la page suivante.*

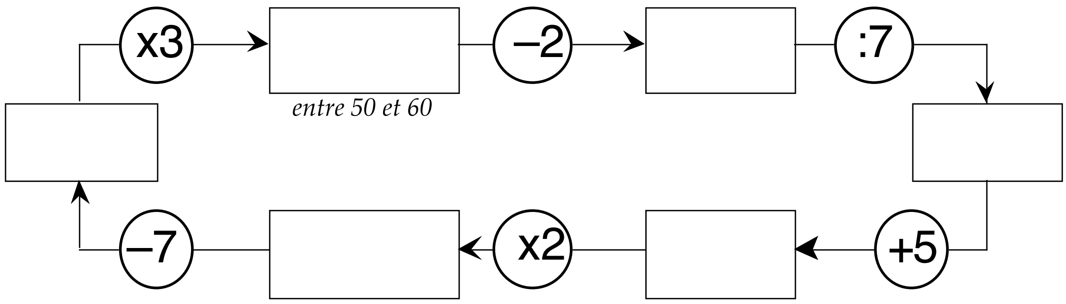
Solutions : Les nombres situés dans la colonne de gauche sont respectivement : 9, 5, 17, 41, 37.

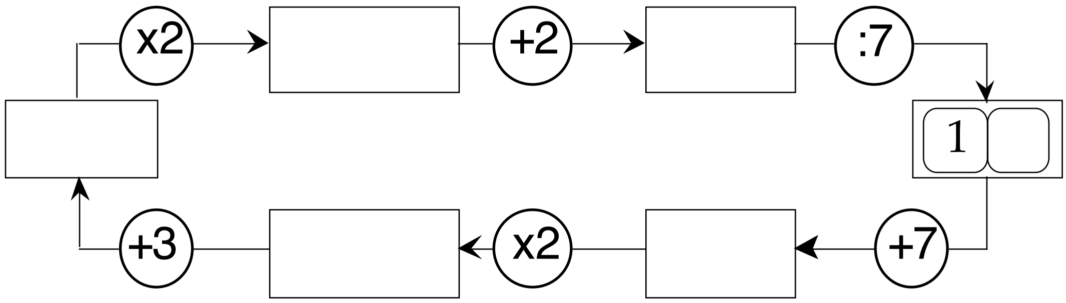
Chaînes de calcul

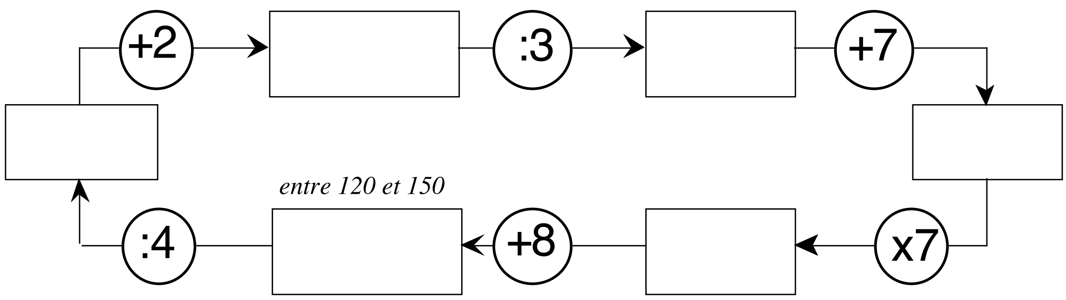
Compléter les cases (tous les nombres sont entiers positifs).











Opérations à trous

Matériel : fiches ci-contre

Objectifs : pratiquer le calcul arithmétique simple, mettre en œuvre la réciprocité addition/soustraction et multiplication/division, s'entraîner aux algorithmes écrits.

Déroulement : individuel
On donne des opérations dont certains chiffres sont cachés. Exemples

$$\begin{array}{r} 2\;3 \\ +\;4\;\square \\ \hline \square\;0 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} \square\;7 \\ -\;4\;1 \\ \hline 1\;\square \end{array}$$

fig.1 *fig.2*

Fig. 1 : dans la colonne des unités, le chiffre cherché est le complément à dix de 3, donc 7.
Il y a donc une retenue sur les dizaines. Le chiffre des dizaines cherché est 7.
Fig. 2 : le chiffre des unités est 6. Il n'y a pas de retenue : le chiffre des dizaines cherché est 5.

Remarque 1 : dans le cas d'addition/soustraction, le problème n'a une solution (unique) que s'il y a au plus un chiffre inconnu par colonne.

Remarque 2 : si tous les chiffres inconnus sont sur une même ligne, il s'agit simplement de recourir à la définition de l'opération. Le recours à une calculette rend la solution immédiate.
Dans certains cas, le recours à la calculette, tout en changeant la nature de l'activité, permet une activité significative. Elle suppose en tout cas le bon choix de l'opération à faire, c'est-à-dire (notamment pour les divisions) une connaissance de l'algorithme qui est en jeu, et réduit la phase de strict calcul ; on peut ainsi éclairer la mise en œuvre de l'algorithme et faciliter sa mémorisation.

Remarque 3 : division, choix d'une présentation.
En France, on enseigne généralement la technique écrite de la division sans faire poser les soustractions intermédiaires (qui sont alors opérées mentalement). Il en résulte une plus forte charge cognitive et une difficulté de vérification. C'est pourquoi il est préconisé de s'en tenir à la technique assez répandue en Europe qui autorise l'écriture des soustractions intermédiaires. Toutefois, pour les élèves qui ne seraient pas habitués à cette technique, des exercices sont proposés ci-après sous la forme réduite.

SOLUTIONS :

247 + 621 = 868	589 + 625 = 1214	521 + 177 = 698	633 – 45 = 588
221 – 132 = 189	5287 – 1596 = 3691	1000 – 150 = 850	37512 – 8642 = 28870
32465 – 17117 = 15348	934 × 7 = 6538	525 × 7 = 3675	2023 × 6 = 12138
158 × 34 = 5372	321 × 43 = 13803	259 × 34 = 8806	37 × 21 = 777
702 × 74 = 51948	37037 × 18 = 666666	341 = 7 × 48 +5	577 = 12 × 48 + 1
988 = 15 × 65 +13	1789 = 33 × 54 + 7	321 = 12 × 26 + 9	
432 = 23 × 18 + 18	5555 = 66 × 84 + 11	7749 = 123 × 63	

Opérations à trous

Retrouver les chiffres cachés

$$\begin{array}{r} 2\;4\;\square \\ +\;6\;\square\;1 \\ \hline \square\;6\;8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\;8\;\square \\ +\;6\;\square\;5 \\ \hline 1\;\square\;1\;4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\;2\;1 \\ +\;\square\;7\;\square \\ \hline 6\;\square\;8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6\;\square\;3 \\ -\;\;4\;5 \\ \hline \square\;8\;\square \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\;2\;\square \\ -\;1\;\square\;2 \\ \hline \square\;8\;9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\;2\;8\;7 \\ -\;\square\;\square\;\square\;\square \\ \hline 3\;6\;9\;1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\;\square\;\square\;0 \\ -\;1\;5\;\square \\ \hline 8\;5\;0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square\;\square\;\square\;\square\;\square \\ -\;8\;6\;4\;2 \\ \hline 2\;8\;8\;7\;0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\;\square\;4\;\square\;5 \\ -\;1\;7\;\square\;1\;\square \\ \hline 1\;5\;3\;4\;8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9\;3\;4 \\ \times\;\;\;\;\square \\ \hline 6\;5\;3\;\square \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square\;\square\;\square \\ \times\;\;\;\;7 \\ \hline 3\;6\;7\;5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\;\square\;2\;3 \\ \times\;\;\;\;\square \\ \hline 1\;2\;1\;\square\;8 \end{array}$$

```
   1□8           3□□           259
 × 3□         ×   43        ×   3□
 ----         ------        ------
  632            □63          □□□□
 □7□           □□84           □□□
 ----         ------        ------
 □□□□          □□□□□          □□□
```

```
   37            702          37□□7
 × □□          × □□           × □□
 ----         ------       --------
   □7          □□□□          □96296
  74           491□          □□□□7
 ----         ------       --------
  □□□          □□□48         □□□□□□
```

```
 □□□ | 7            577 | □□
     |----              |----
  61 | 48            97 | 48
   5 |                1 |
```

```
 □□8 | 15          1789 | □□
     |----              |----
  □8 | 65           139 | 54
  13 |               07 |
```

$$
\begin{array}{r|l}
321 & 12 \\
\underline{24} & \square\square \\
81 & \\
\underline{72} & \\
9 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
432 & 23 \\
\underline{23} & 18 \\
202 & \\
\underline{\square\square\square} & \\
18 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
\square\square\square\square & 66 \\
\underline{528} & 84 \\
275 & \\
\underline{264} & \\
11 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
77\square\square & 123 \\
\underline{7\square 8} & \square\square \\
\square 69 & \\
\underline{\square 69} & \\
\square 00 &
\end{array}
$$

Tableaux de nombres

Matériel : fiches ci-contre (pas de calculette)

Objectifs : pratiquer le calcul arithmétique simple, entraîner les décompositions numériques.

Déroulement : individuel

Il s'agit de compléter les cases vides avec les nombres indiqués, de façon à ce que toutes les opérations soient exactes. Une aide importante est apportée par la fourniture des nombres-solutions. Il est donc possible de résoudre l'exercice par simple tâtonnement. Néanmoins on peut réduire ces tâtonnements par le raisonnement.

Exemple :

$\boxed{}$	+	$\boxed{}$	=	10
+		+		
$\boxed{}$	+	$\boxed{}$	=	4
=		=		
9		5		

2 , 2, 3, 7

Le total 4 ne peut être obtenu que par 2+2 ; ces deux chiffres sont donc en seconde ligne.
Le total 9 en colonne de gauche impose 7 en première ligne, à gauche. Le chiffre 3, première ligne, à droite permet de valider le résultat.

Source : André Béthermin, Arras, 2000

Tableaux de nombres

Compléter les cases vides avec les nombres indiqués, de façon à ce que toutes les opérations soient exactes.

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & 9 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 9 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 2 & & 16 & & \end{array}$$

8 , 8 , 1 , 1

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & 11 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 5 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 6 & & 10 & & \end{array}$$

9 , 2, 1 , 4

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & 4 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 9 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 10 & & 3 & & \end{array}$$

1 , 3 , 2 , 7

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & 17 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 23 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 13 & & 27 & & \end{array}$$

16, 1, 11, 12

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & 18 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 26 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 21 & & 23 & & \end{array}$$

18, 3, 8, 15

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & 26 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 16 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 29 & & 13 & & \end{array}$$

13, 10, 3, 16

$$\begin{array}{ccccccc} \square & + & \square & + & \square & = & 13 \\ + & & + & & + & & \\ \square & + & \square & + & \square & = & 14 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 6 & & 4 & & 17 & & \end{array}$$

9, 3, 3, 8, 2, 2

$$\begin{array}{ccccccc} \square & + & \square & + & \square & = & 22 \\ + & & + & & + & & \\ \square & + & \square & + & \square & = & 19 \\ \shortparallel & & \shortparallel & & \shortparallel & & \\ 15 & & 11 & & 15 & & \end{array}$$

6, 9, 9, 7, 6, 4

Soustractions

$$\begin{array}{ccccc} \square & - & \square & = & 1 \\ - & & - & & \\ \square & - & \square & = & 11 \\ = & & = & & \\ 1 & & 11 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \square & - & \square & = & 2 \\ - & & - & & \\ \square & - & \square & = & 12 \\ = & & = & & \\ 3 & & 13 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \square & - & \square & = & 1 \\ - & & - & & \\ \square & - & \square & = & 10 \\ = & & = & & \\ 3 & & 12 & & \end{array}$$

14, 2, 13, 13 ***22, 25, 10, 23*** ***31, 32, 19, 29***

$$\begin{array}{ccccccc} \square & - & \square & - & \square & = & 7 \\ - & & - & & - & & \\ \square & - & \square & - & \square & = & 17 \\ = & & = & & = & & \\ 1 & & 8 & & 3 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccc} \square & - & \square & - & \square & = & 10 \\ - & & - & & - & & \\ \square & - & \square & - & \square & = & 9 \\ = & & = & & = & & \\ 12 & & 9 & & 2 & & \end{array}$$

17, 12, 47,25, 46, 15 ***19, 17, 17, 34, 46, 8***

Multiplications

$$\begin{array}{ccccc} \square & \times & \square & = & 6 \\ \times & & \times & & \\ \square & \times & \square & = & 21 \\ = & & = & & \\ 21 & & 6 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \square & \times & \square & = & 72 \\ \times & & \times & & \\ \square & \times & \square & = & 20 \\ = & & = & & \\ 36 & & 40 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \square & \times & \square & = & 80 \\ \times & & \times & & \\ \square & \times & \square & = & 24 \\ = & & = & & \\ 48 & & 40 & & \end{array}$$

3, 2, 3, 7 ***9, 5, 8, 4*** ***6, 4, 10, 8***

Divisions

$$\begin{array}{ccccc} \square & : & \square & = & 6 \\ : & & : & & \\ \square & : & \square & = & 2 \\ = & & = & & \\ 12 & & 4 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \square & : & \square & = & 24 \\ : & & : & & \\ \square & : & \square & = & 12 \\ = & & = & & \\ 6 & & 3 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \square & : & \square & = & 15 \\ : & & : & & \\ \square & : & \square & = & 4 \\ = & & = & & \\ 30 & & 8 & & \end{array}$$

48, 2, 8, 4 ***15, 60, 360, 5*** ***7, 28, 56, 840***

Carrés magiques

Matériel : fiche ci-après

Objectifs : pratiquer des calculs arithmétiques simples ; mettre en œuvre un aspect déductif.

Déroulement : individuel

Un carré magique (de dimension 4) contient les nombres entiers de 1 à 16. Ils sont disposés de telle façon que les sommes en ligne, en colonne, et selon les diagonales sont toutes égales.
La figure 1 donne un exemple d'un tel carré magique.

1	2	15	16
12	14	3	5
13	7	10	4
8	11	6	9

fig.1

1		16	15
	14		
	7		6
8		5	

fig.2

1	***2***	16	15
	14		
	7		6
8		5	

fig.3

Un choix se présente pour le professeur :
Ou bien il *fournit* le total T des lignes colonnes et diagonales, ou bien il propose de commencer par le chercher.
La méthode est alors la suivante : si l'on ajoute tous les nombres du tableau, on obtient quatre T. Or 1+2+…+16 = 136. Le total par ligne (par colonne, par diagonale) est donc 34.

La figure 2 représente un carré magique incomplet.
Dans la première ligne, il y a trois nombres ; la case grisée est donc occupée par 34–16–15–1 = 2.
Mais alors la seconde colonne contient trois nombres connus. Le 4^{eme} est 34–14–7–2 = 11.
La dernière ligne contient alors 3 nombres connus. Le quatrième (case hachurée) est 10.
Dans la dernière colonne trois nombres sont maintenant connus : le 4^{eme} est 3.
Les diagonales permettent de déterminer deux nouvelles cases. On voit ainsi, de proche en proche, le tableau se remplir.
La validation consiste à vérifier que tous les nombres de 1 à 16 figurent une fois et une seule.

Cet exercice peut être conduit avec papier-crayon. Il a pour but le renforcement des calculs additifs simples ; on peut ajouter la contrainte de ne pas poser les opérations.
Inversement pour les élèves plus en difficulté, ou bien pour le début de l'activité, on peut autoriser le recours à une calculette. C'est alors l'aspect déductif qui est surtout visé.

Remarque : les grilles contiennent toujours 8 nombres. Mais les quatre dernières grilles sont plus difficiles car l'enchaînement de proche en proche n'est pas toujours possible. Il faut alors faire des *hypothèses* sur les nombres restant à placer.

Solutions :

1	4	15	14
13	16	3	2
8	5	10	11
12	9	6	7

8	4	9	13
10	11	6	7
15	14	3	2
1	5	16	12

12	7	2	13
16	3	6	9
5	14	11	4
1	10	15	8

7	2	9	16
4	14	5	11
13	3	12	6
10	15	8	1

8	14	3	9
15	4	13	2
10	11	6	7
1	5	12	16

8	11	2	13
5	10	3	16
9	6	15	4
12	7	14	1

1	7	10	16
14	9	8	3
15	6	11	2
4	12	5	13

10	16	7	1
3	5	14	12
13	11	4	6
8	2	9	15

1	4	13	16
14	15	2	3
8	5	12	9
11	10	7	6

12	7	9	6
16	3	13	2
5	14	4	11
1	10	8	15

13	19	16	6
8	14	21	11
18	12	7	17
15	9	10	20

entiers de 6 à 21

26	20	6	16
14	8	18	28
4	10	32	22
24	30	12	2

pairs de 2 à 32

Carrés magiques

Placer les nombres de 1 à 16 de telle façon que les sommes en lignes, en colonnes et en diagonales soient toutes égales.

1	4		
13		3	
		10	
12	9		7

			13
	11		7
15		3	
1	5		12

		2	
16			9
	14	11	
1	10		8

	2	9	
	14		11
13		12	
10		8	

	14		9
15			2
10		6	
	5		16

	11	2	13
5			
	6		4
12		14	

		10	
14	9		3
15		11	
4	12		

10			1
3	5	14	
			6
8	2		

1	4		
	15		3
8		12	
	10		6

	7	9	
16		13	2
			11
	10	8	

nombres entiers de 6 à 21:

	19	16	
	14	21	
18			17
15			20

nombres pairs de 2 à 32 :

	20		16
	8		28
4		32	
		12	

Source : F.Boule *Jeux de calcul* (A. Colin,1994)

Opérations imaginaires

Matériel : fiche ci-après

Objectifs : pratiquer des calculs arithmétiques simples ; formuler et valider des hypothèses.

Déroulement : collectif ou individuel

Le principe de ces exercices est le suivant : il s'agit de découvrir une règle qui à deux nombres permet d'associer un troisième (le résultat de cette "opération"). La règle cherchée combine naturellement les opérations arithmétiques. Exemple : Compléter le tableau suivant.

	1	2	3
1	3		7
2		6	
5	7		11

fig. 1

Le tableau ci-dessus indique qu'en combinant 1 et 1, on obtient 3, en combinant 1 et 3, on obtient 7. En combinant 2 et 2, on obtient 6.
Quelle est cette combinaison ? On peut remarquer que le résultat augmente avec chacun des opérandes, et davantage avec le second.
La règle est la suivante : *ajouter le premier nombre et le double du second.*
Ainsi la combinaison de 5 et 2 devrait produire : $5 + (2 \times 2) = 9$.

Le tâtonnement (c'est-à-dire la formulation et la vérification d'un hypothèse) intervient beaucoup dans cette activité ; le calcul n'intervient que sur des "petits nombres" ; en revanche l'estimation de l'ordre de grandeur tient une place importante.

Solutions

◎ : Le produit des deux, diminué de 1. Exemple : 2◎ 1 = 2×1 – 1 = 1
☼ : somme + produit des nombres. Exemple : 1☼ 6 = 1 + 6 + 1×6 = 13
☆ : 3 × (premier nombre) – second. Exemple : 3 ☆4 = 3×3 – 4
☸ : 2 × (somme) – 1. Exemple : 3☸ 5 = 2 × (3+5) – 1 = 15
♌ : Le produit – la somme. Exemple : 6 ♌ 5 = 6×5 – (6+5) = 19
⛬ : 20 – la somme. Exemple : 6 ⛬ 5 = 20 – (6+5) = 9

Source : F. Boule *Jeux de calcul* (A. Colin,1994)

Opérations imaginaires

Trouver la règle qui associe les deux premiers nombres pour produire le troisième. Compléter les tableaux et formuler cette règle.

◎	1	2	4
2			7
3			11
5	4		19

Expliquer

☼	2	4	6
1	5	9	
2		14	
5	17		41

Expliquer

☆	1	4	6
2	5	2	0
3	8		
5			9

Expliquer

☸	1	2	5
2		7	13
3	7	9	
4	9		17

Expliquer

♌	3	5	7
6	9		29
7	11	23	
8	13		41

Expliquer

☢	2	5	6
5		10	
6	12		8
7		8	7

Expliquer